第6章 静电场

第6章 静电场

教学内容

- 6.1电场　电场强度
- 6.2 电通量 高斯定理
- 6.3 电场力的功 电势
- 6.4 电场强度与电势的关系

6.1 电场 电场强度

6.1.1 电场

实验证实了两静止电荷间存在相互作用的静电力，但其相互作用是怎样实现的？法拉第首先提出通过电场产生相互作用

电荷 $\xleftrightarrow{\text{电场}}$ 电荷

场是一种特殊形态的物质

$\left.\begin{array}{l}\text{场}\\ \text{实物}\end{array}\right\}$ 物质

相对于观察者为静止的带电体周围存在的电场称为静电场，静电场对外表现主要有：

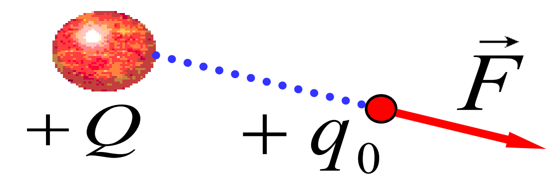
(1)处于电场中的任何带电体都受到电场所作用的力。

(2)当带电体在电场中移动时，电场力将对带电体做功。

6.1 电场 电场强度

6.1.2 电场强度

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}}$$



$\left\{\begin{array}{l} +Q\text{：场源电荷} \\ +q_0\text{：试验电荷} \end{array}\right.$

试验电荷为点电荷，且电量和尺度很小，故对原电场几乎无影响

电场中某点处的**电场强度**$\vec{E}$等于单位正电荷在该点所受的电场力，单位为N/C

关于电场强度的几点说明：

(1)电场强度是电场本身属性，与试探电荷存在与否无关

(2)电场强度为矢量，当q_0为正（负）时，其方向与电场力$\vec{F}$方向相同（反）

(3)在已知静电场中各点电场强度$\vec{E}$的情况下，可由$\vec{E}q$求出处于任意点电荷q所受的电场力

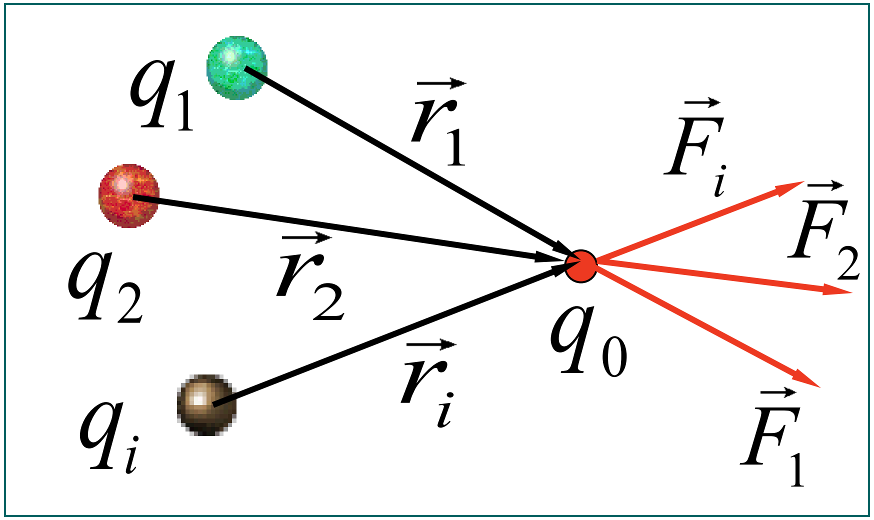
上一页 下一页 返回目录

6.1 电场 电场强度

q_0受到的总静电力

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_n$$

$$\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{\vec{F}_1}{q_0}+\frac{\vec{F}_2}{q_0}+\cdots+\frac{\vec{F}_n}{q_0}$$



$$\because \vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0} \quad \therefore$$

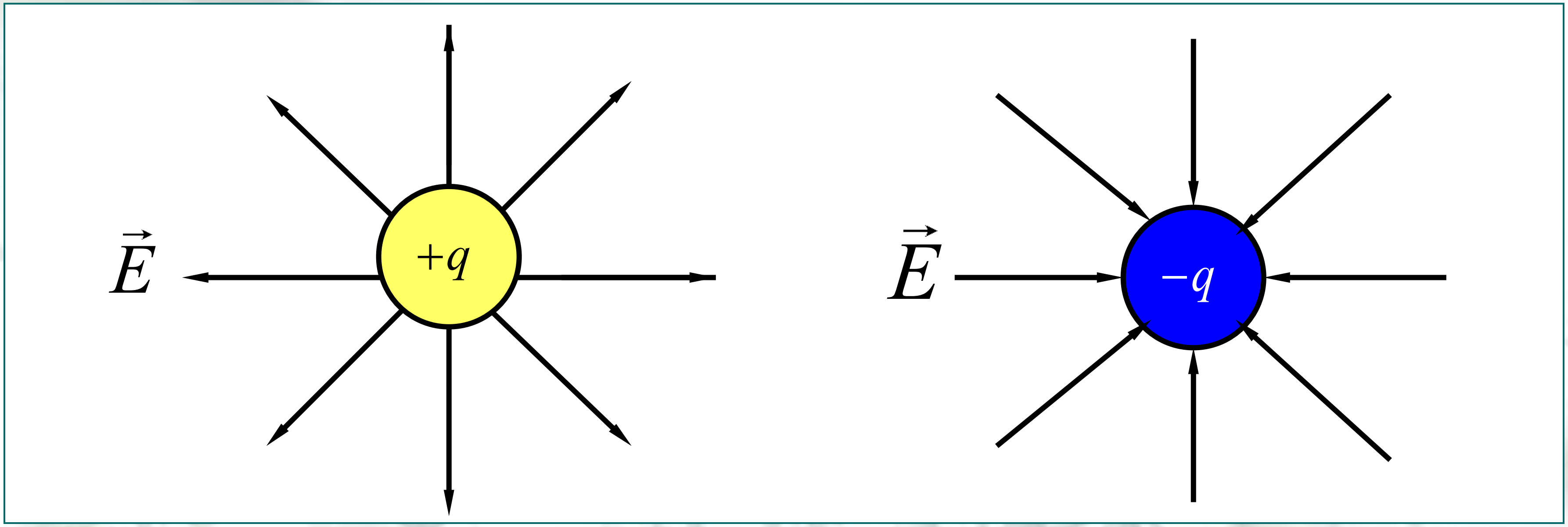
$$\boxed{\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\cdots+\vec{E}_n=\sum_{n=1}^{n}\vec{E}_n}$$

电场中任一场点处的总场强等于各个点电荷单独存在时在该点各自产生的场强的矢量和。这就是**场强叠加原理**。

6.1.3 电场强度的计算

一、点电荷的电场强度

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \qquad \vec{E} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

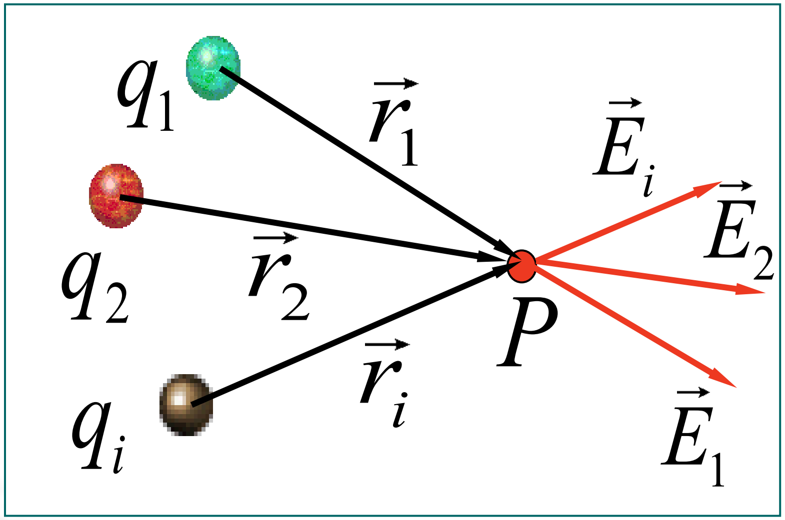


$$r \to 0 \quad E \to \infty ?$$

二、点电荷系的电场强度

$\vec{E}_i$为q_i单独存在时在P点产生的场强

$$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{ri}$$

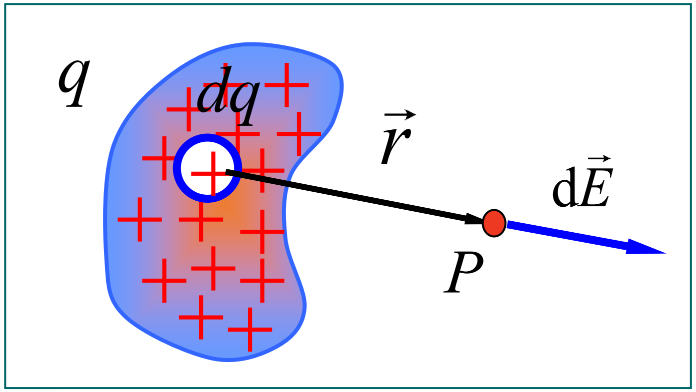


根据场强叠加原理，P点**总场强**

$$\boxed{\vec{E} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\vec{e}_{ri}}$$

$\vec{e}_{ri}$为q_i指向P点的单位矢量

三、电荷连续分布的带电体的电场强度



$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

$$\boxed{\vec{E}=\int_V \mathrm{d}\vec{E}=\int_V \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r}$$

电荷体（面、线）密度$\rho=\frac{dq}{dV}$（$\sigma=\frac{dq}{dS}$、$\lambda=\frac{dq}{dl}$）

计算电荷连续分布的带电体的电场强度的步骤：

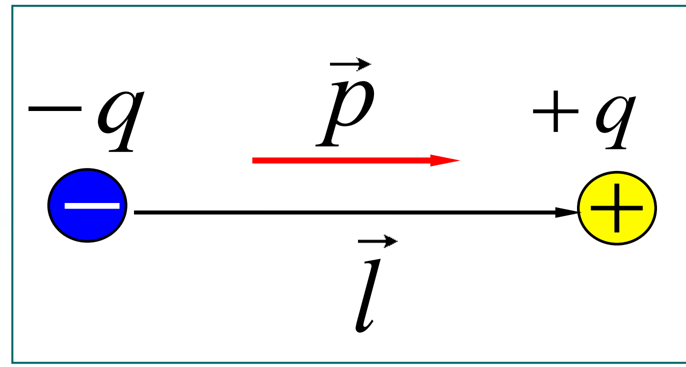
(1)取合适的坐标系（例如三维直角坐标系），取微元dq，写出的$d\vec{E}$表达式

(2)写出分量dE_x，dE_y，dE_y

(3)通过积分求出$E_x=\int dE_x$，$E_y=\int dE_y$，$E_z=\int dE_z$

6.1 电场 电场强度

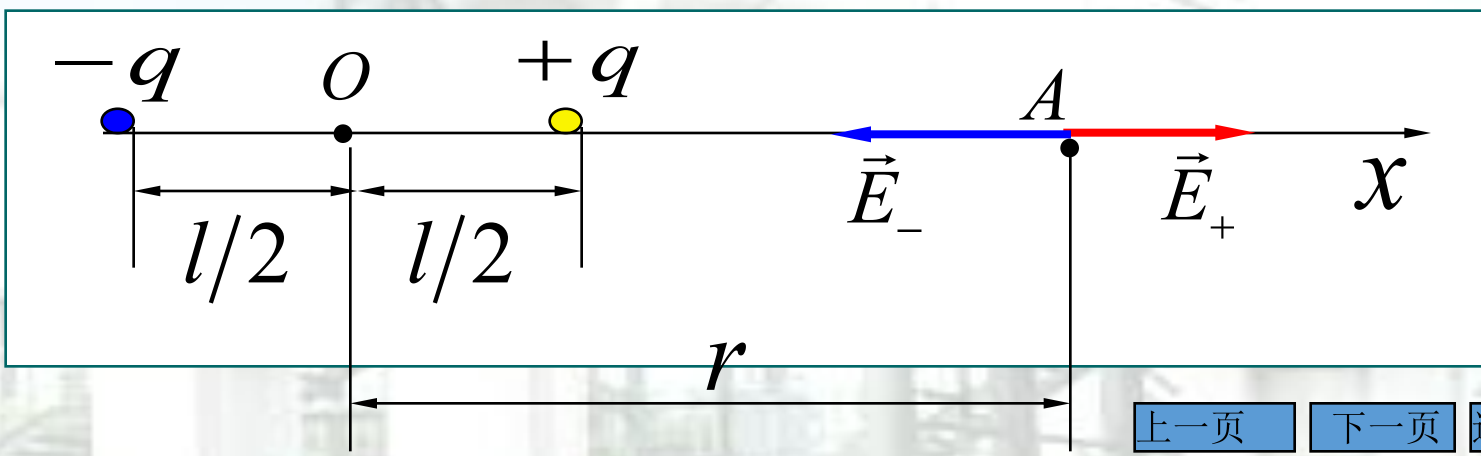
例6.1 电偶极子的电场强度。相隔一定距离的两个等量异号点电荷构成的系统称为电偶极子。



电偶极子的轴$\vec{l}$

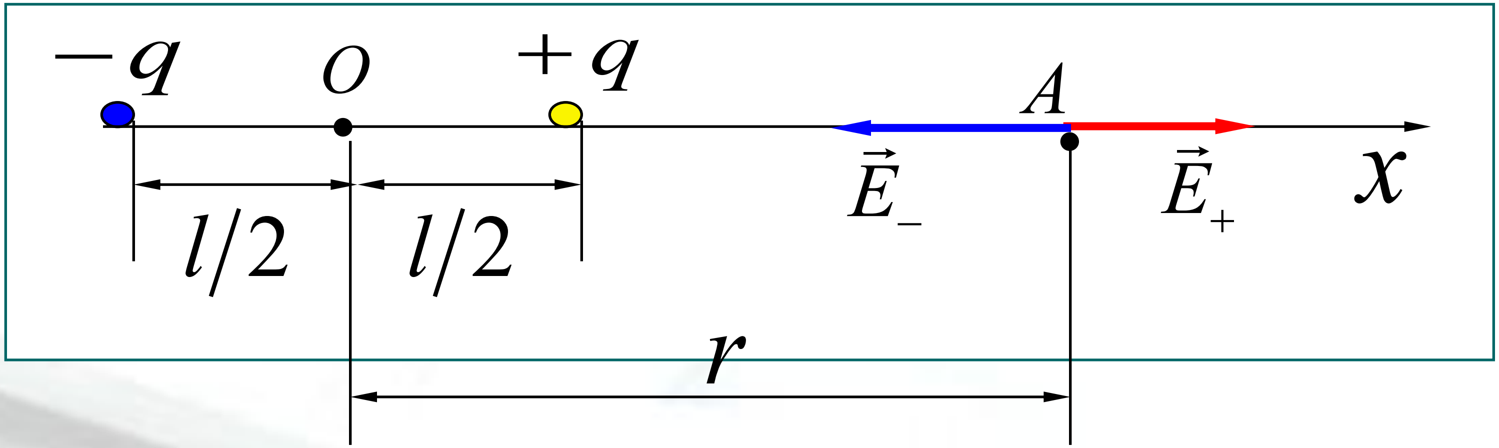
电偶极矩（电矩）$\vec{p}=q\vec{l}$

（1）电偶极子轴线延长线上一点的电场强度



上一页 下一页 返回目录

6.1 电场 电场强度



$$\vec{E}_+ = \frac{q\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0\left(r-\frac{l}{2}\right)^2},\ \vec{E}_- = -\frac{q\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_A = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right]\vec{i}$$

6.1 电场 电场强度

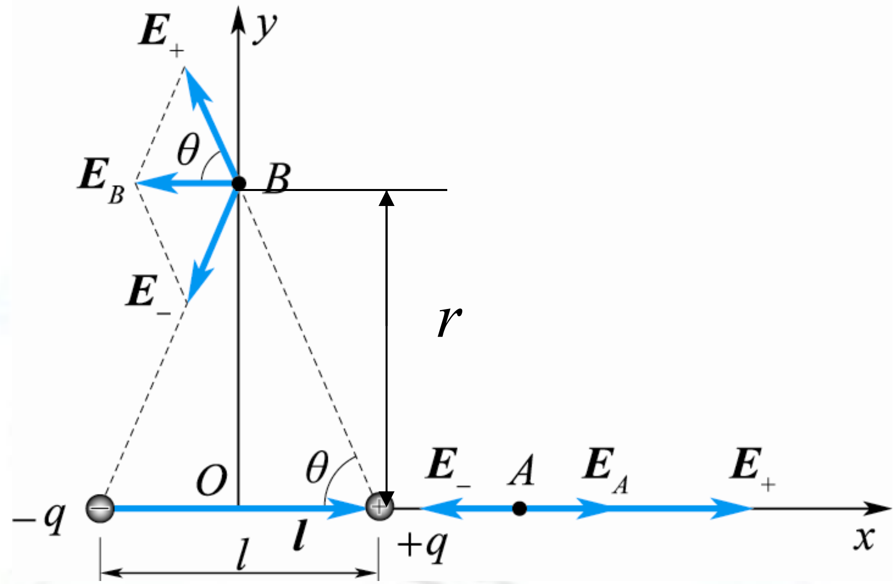
$$\vec{E}_A=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right]\vec{i}$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2-\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\vec{i}=\frac{ql\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0 r^3\left(1-\frac{l}{2r}\right)^2\left(1+\frac{l}{2r}\right)^2}$$

对于电偶极子，有$r>>l$，并考虑到的$\vec{E}_A$方向与电偶极矩$\vec{p}$方向相同（$\vec{p}=ql\vec{i}$），将上式写成

$$\vec{E}_A=\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

(2) 电偶极子轴线的中垂线上B点的电场强度



$$E_+ = E_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + \frac{l^2}{2^2}\right)}$$

$$\vec{E}_+ = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + \frac{l^2}{2^2}\right)}\cos\theta\vec{i} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2 + \frac{l^2}{2^2}\right)}\sin\theta\vec{j}$$

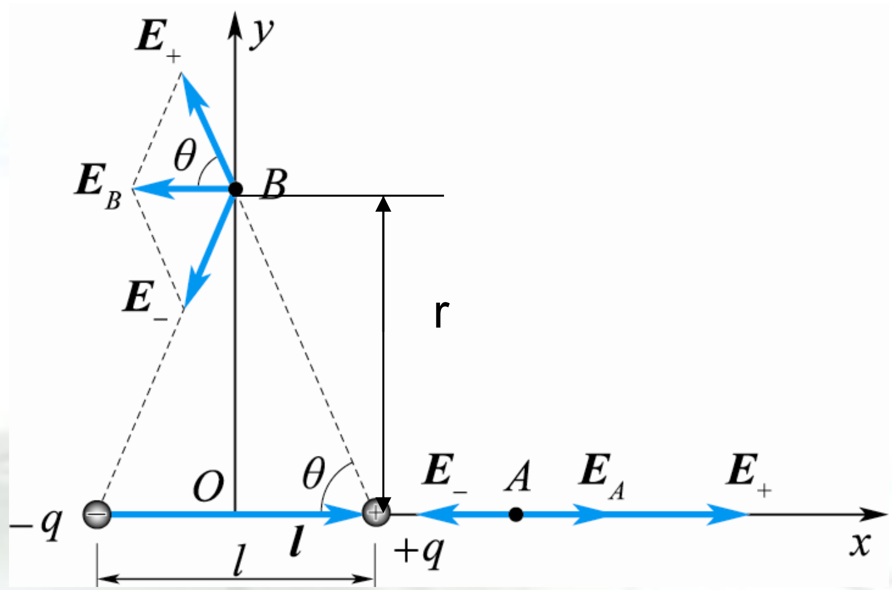
$$\vec{E}_{-}=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+\frac{l^2}{2^2}\right)}\cos\theta\vec{i}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+\frac{l^2}{2^2}\right)}\sin\theta\vec{j}$$

$$\vec{E}_B=\vec{E}_{+}+\vec{E}_{-}$$

$$=-\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+\frac{l^2}{2^2}\right)}\sin\theta\vec{i}$$

$$=-\frac{2q}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)}\cdot\frac{\frac{l}{2}\vec{i}}{\sqrt{r^2+\frac{l^2}{4}}}$$

$$=\frac{-ql\vec{i}}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+\frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}\Rightarrow\vec{E}_B=-\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$



当 $r>>l$ 时：

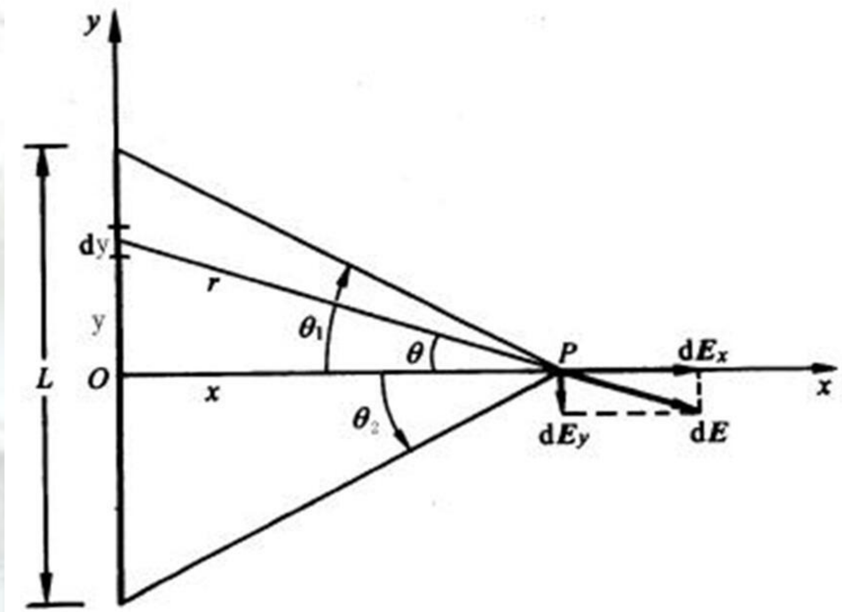
$$\vec{E}_B=-\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

6.1 电场 电场强度

例6.2 试求一均匀带电直线外任意一点处的场强。设直线长为L，电荷线密度为$\lambda\,(\lambda>0)$。设直线外场点P到直线的垂直距离为x，P点与带电直线的上下端点的连线与垂线的夹角分别为θ_1与θ_2

解： 取点P到L的垂足点O为坐标原点，x轴与y轴正向如图所示。线元dy位于y处，则$dq=\lambda dy$，dq在点P产生的场强dE方向如图所示，大小为

$$dE=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{r^2}$$



r为点P到dy的距离，r与x正向的夹角为θ，则

$$dE_x=dE\cos(-\theta)$$

$$dE_y=-dE\sin\theta$$

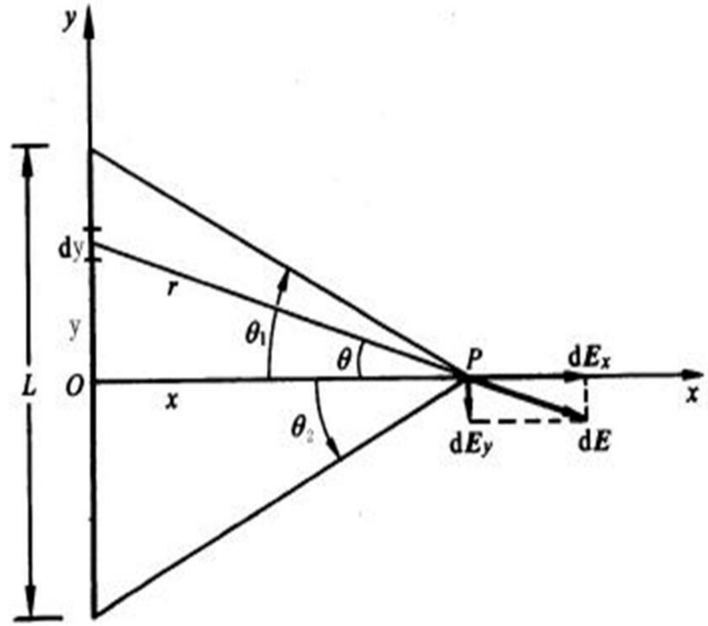
6.1 电场 电场强度

因为

$$y = x\tan\theta$$

$$dy = x\cos^{-2}\theta d\theta$$

$$r = x/\cos\theta$$



所以

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta d\theta$$

$$dE_y = -dE\sin\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta d\theta$$

积分后的

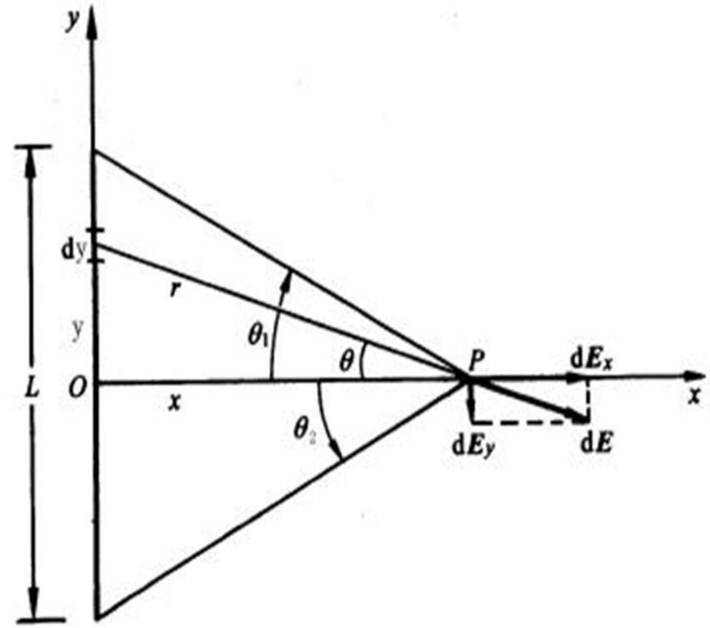
$$E_x = \int_{\theta_2}^{\theta_1}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)$$

$$E_y = \int_{\theta_2}^{\theta_1} -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

6.1 电场 电场强度

$$\vec{E}=E_x\vec{i}+E_y\vec{j}$$

$$=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\sin\theta_1-\sin\theta_2)\vec{i}+\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 x}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\vec{j}$$



P点处的总场强的大小为：

$$E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$$

讨论几种特殊的情况：

(1) 中垂线上的点。此时$\theta_1=-\theta_2$，P点的场强为

$$E=E_x=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\sin\theta_1$$

将$\sin\theta_1=\dfrac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2+x^2}}$代入，可得

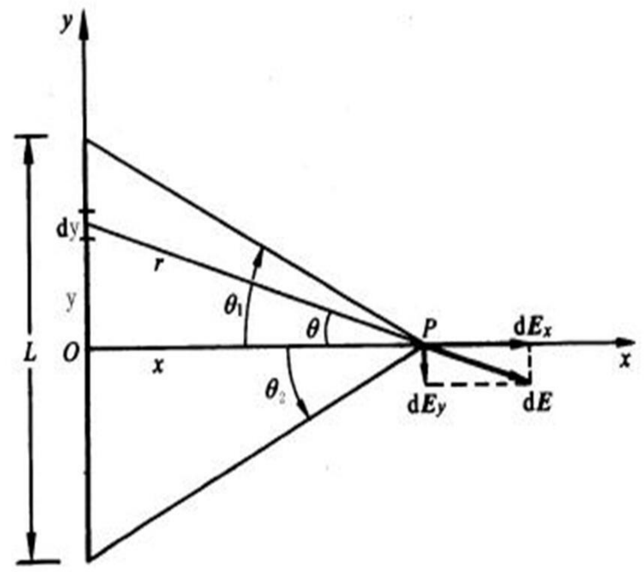
$$E=\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x(x^2+L^2/4)^{1/2}}$$，方向垂直于带电直线指向远离直线的一方

(2)无限长带电直线，$\theta_1 = -\theta_2 = \pi/2$，则

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

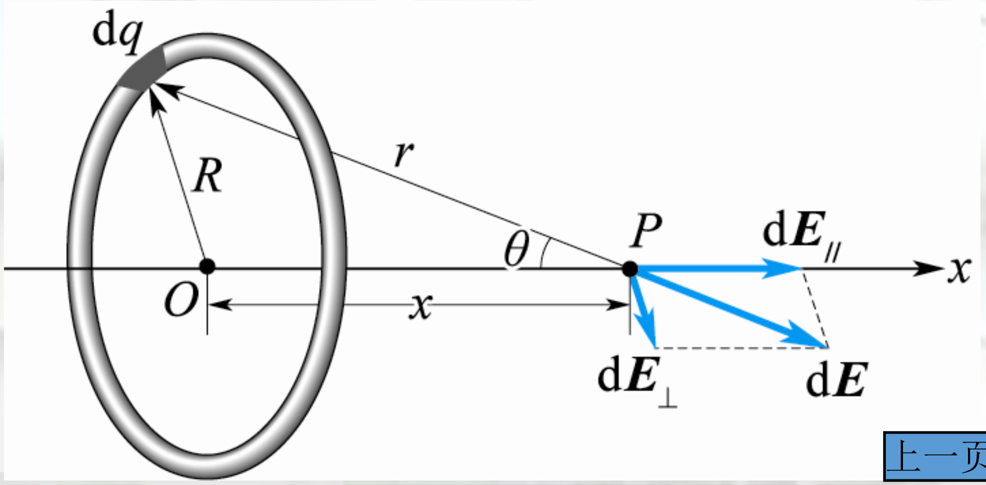
(3)远离带电直线区域

$$E = \frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 x^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$，q为带电直线的总电荷

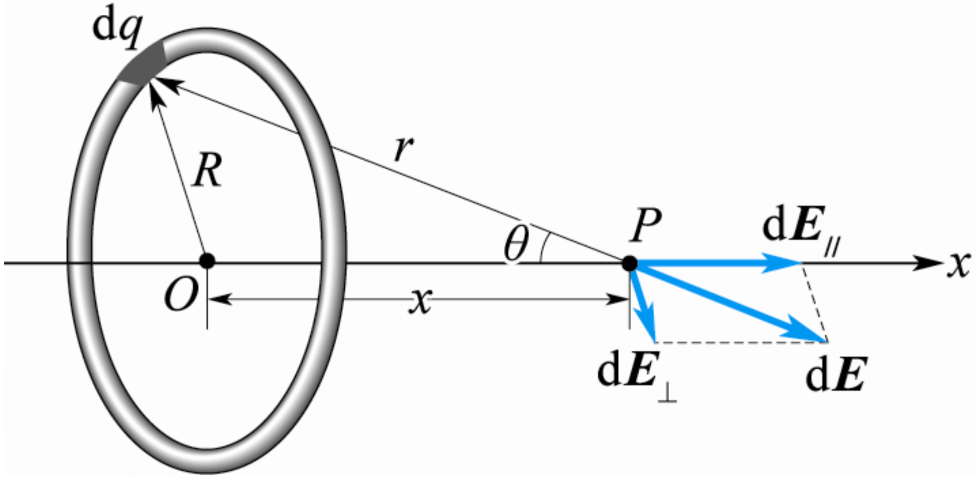


例6.3 正电荷q均匀分布在半径为R的圆环上。计算在环的轴线上任一点P的电场强度。

解：以圆环中心0为坐标原点，过环心垂直环面的轴线为x轴，在圆环上任取线元dl，其带电量为dq，在P点的场强为$d\vec{E}$，$d\vec{E}$沿平行和垂直于轴线的两个分量分别为$dE_{//}$和$dE_{\perp}$。由于圆环均匀带电，圆环上全部dq的$dE_{\perp}$分量均抵消，对总场强有贡献的是平行轴线的$dE_{//}$分量



6.1 电场 电场强度



$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$dE_{//} = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta$$

$$E = \int dE_{//} = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = \frac{\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint dq = \frac{\cos\theta\, q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

将$\cos\theta = x/r$，$r = \sqrt{R^2 + x^2}$代入$\boldsymbol{E}$的表达式，得

$$E = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

6.1 电场 电场强度

$$E = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

（1）$q>0$，E沿x轴离开原点O的方向

$q<0$，E沿x轴指向原点O的方向

（2）环心处$E=0$

（3）$x \gg R$，$E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$，带电圆环近似为点电荷