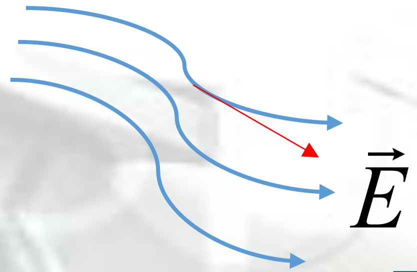
6.2 电场强度通量 高斯定理

6.2.1 电场线

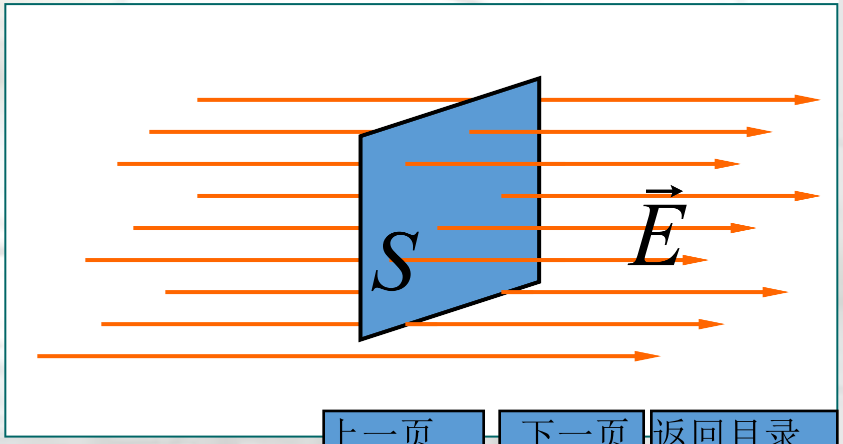
1 电场线

电场线规定

1）曲线上每一点切线方向为该点电场方向



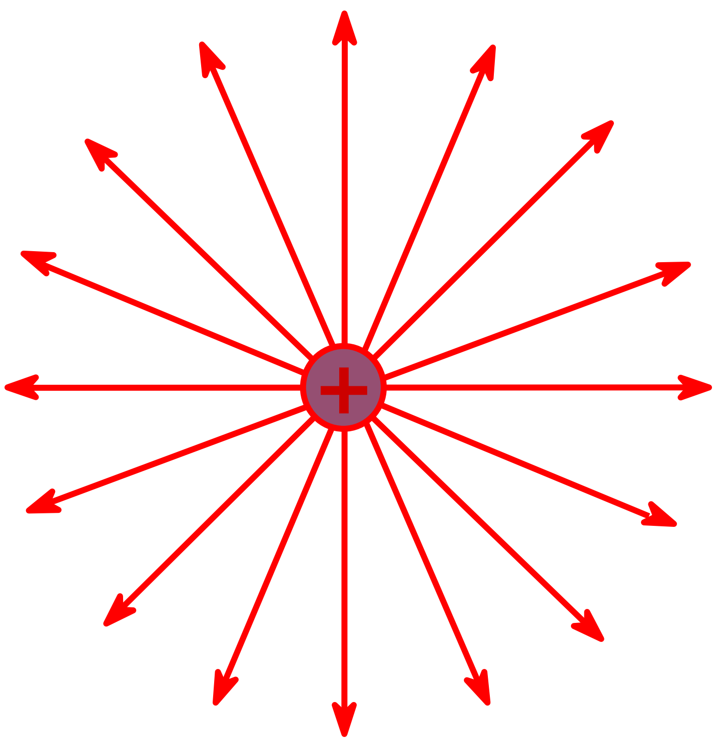
2）通过垂直于电场方向单位面积的电场线条数与该点电场强度的大小成正比



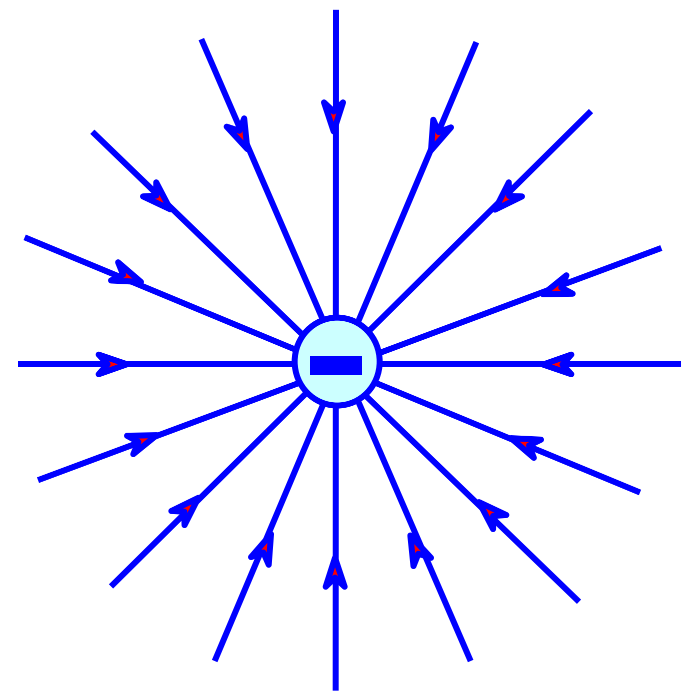
6.2 电场强度通量 高斯定理

点电荷的电场线

正 点 电 荷



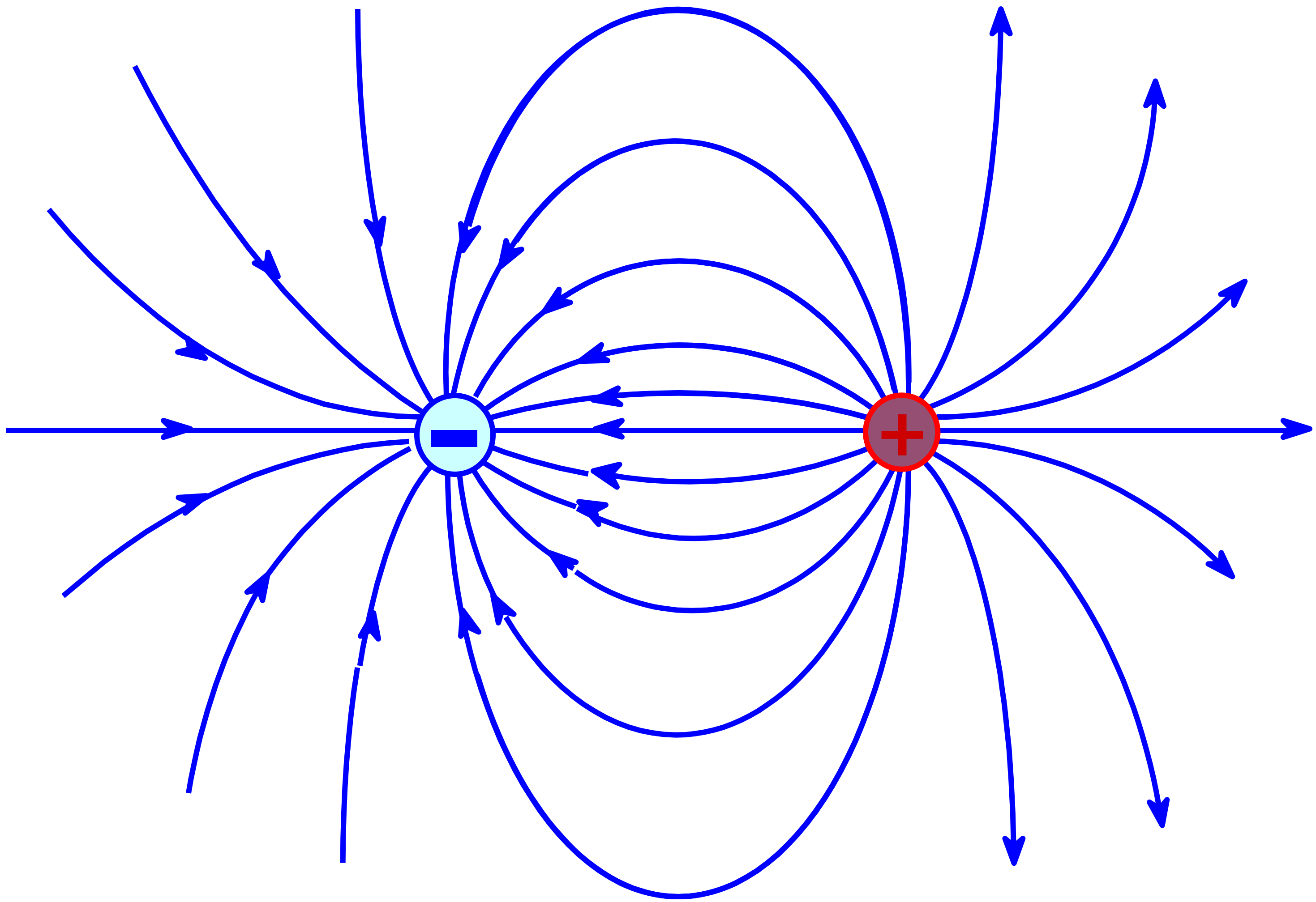
负 点 电 荷



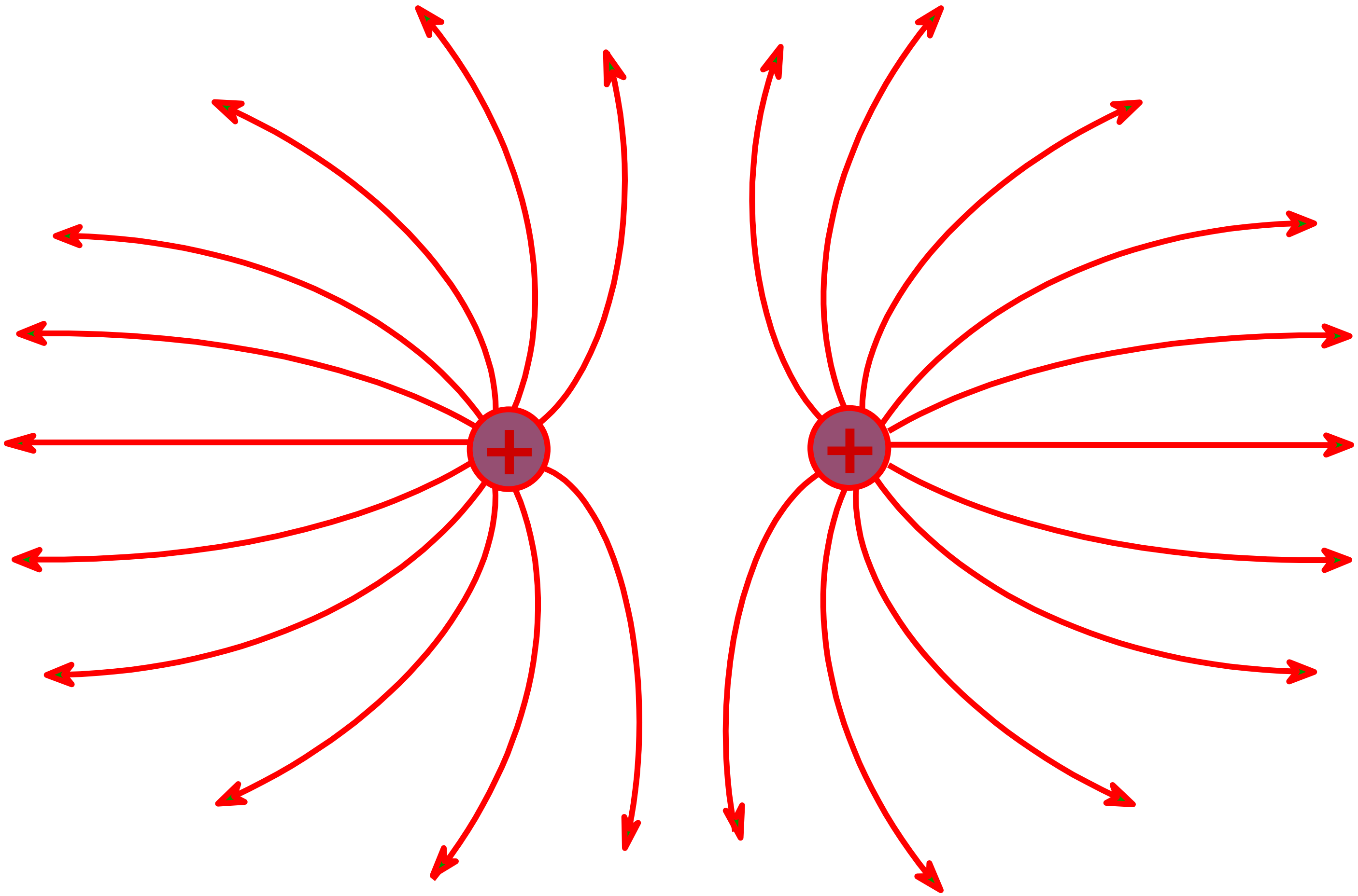
上一页 下一页 返回目录

6.2 电场强度通量 高斯定理

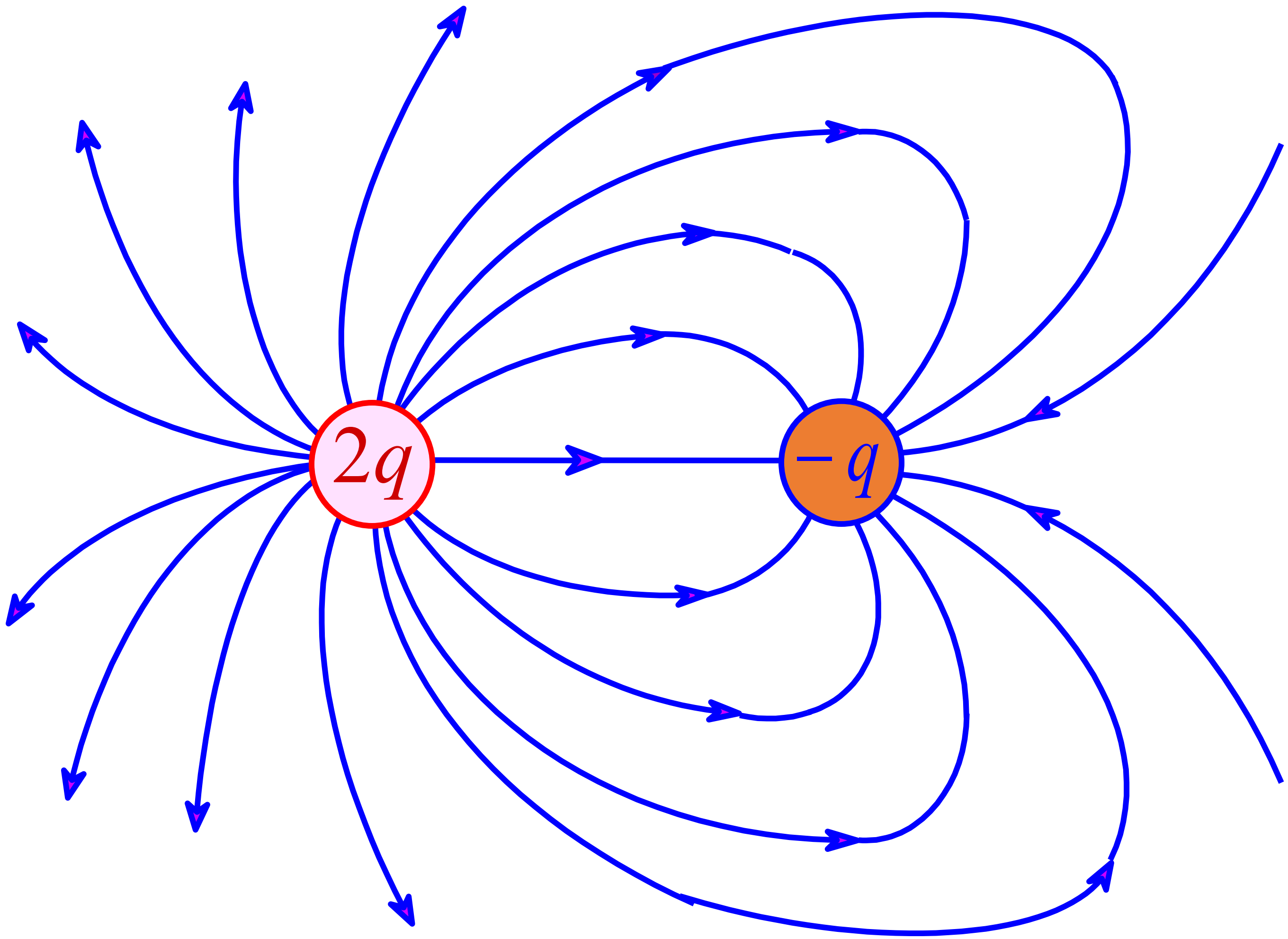
一对等量异号点电荷的电场线



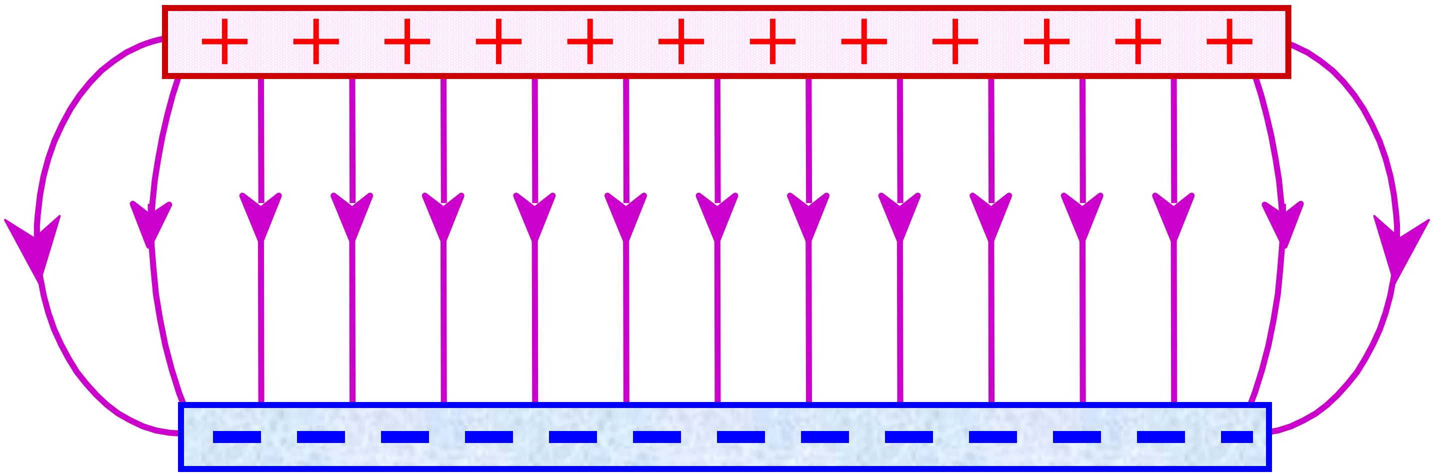
一对等量正点电荷的电场线



一对不等量异号点电荷的电场线



带电平行板电容器的电场线



6.2 电场强度通量 高斯定理

2 静电场电场线的性质

(1) 有源性：静电场的电场线总是永不闭合也不中断的曲线，而是起始于正电荷或无穷远，终止于负电荷或无穷远

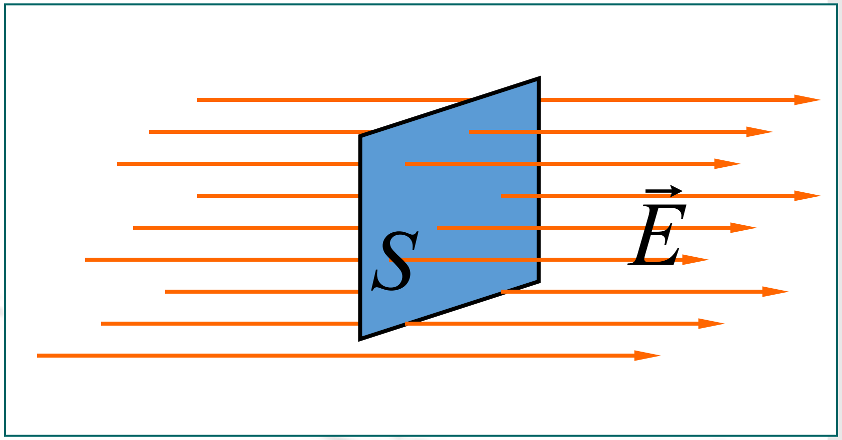
(2) 无旋性：静电场中的电场线是不相交、不闭合的曲线

(3) 同一电场的电场线不相交：静电场中每一点的场强是唯一的。

6.2 电场强度通量 高斯定理

6.2.2 电场强度通量

通过电场中某一个面的电场线条数叫做通过该面的**电场强度通量**，简称为电通量，用Φ_e表示。



◆ 匀强电场的电场线是一系列均匀分布的平行直线，$\vec{E}$垂直平面S

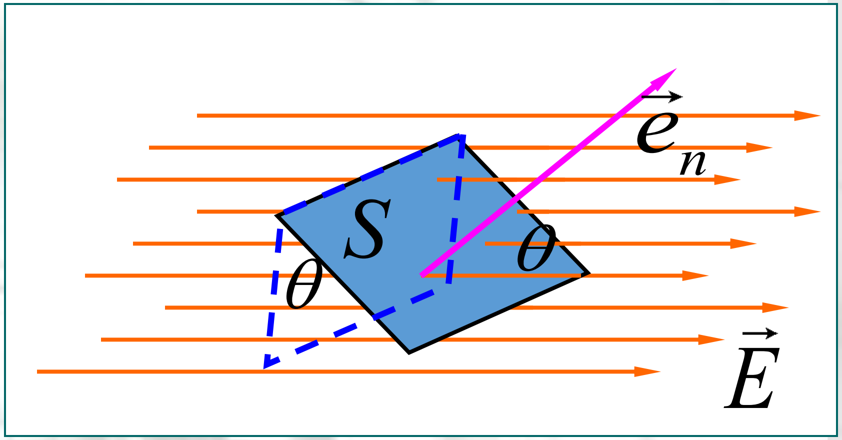
$$\Phi_e = ES$$

◆ 均匀电场， $\vec{E}$与平面S夹角θ

$$\Phi_e = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

$$= \vec{E}\cdot S\vec{e}_n$$

$$= ES\cos\theta$$



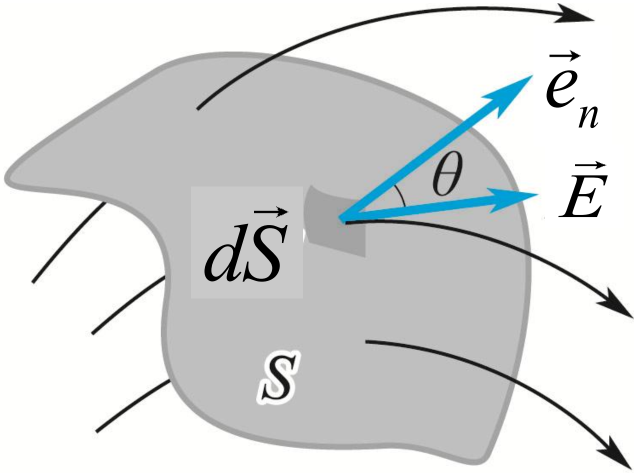
上一页 下一页 返回目录

6.2 电场强度通量 高斯定理

◆ 非均匀电场中电通量

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_e = \iint_S E dS \cos\theta = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$



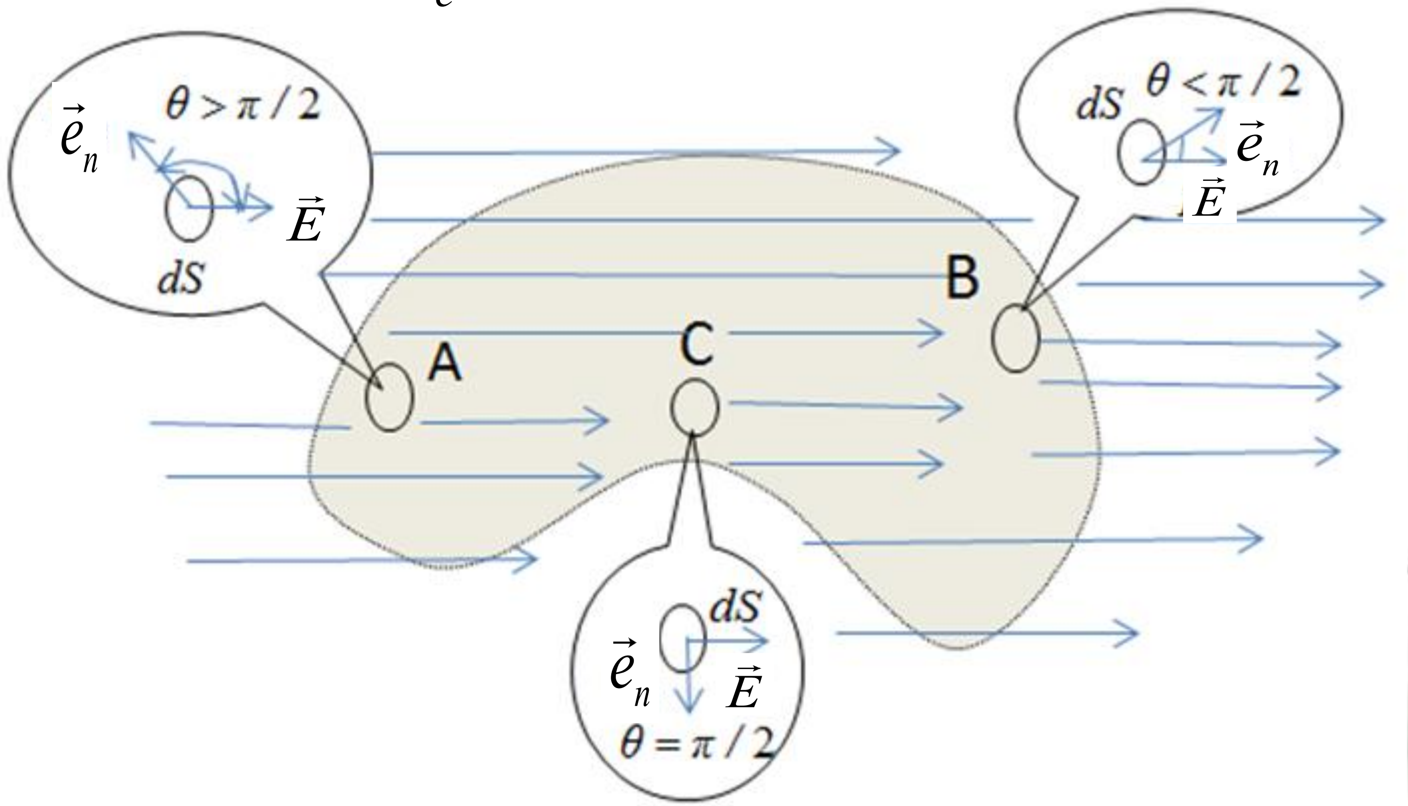
◆ S为封闭曲面时

$$d\Phi_e = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_e = \oiint_S E dS \cos\theta = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

◆ 电场通量$d\Phi_e$正负规定

$$d\Phi_e = \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cos\theta dS$$



6.2.3 高斯定理

高斯定理是静电场中的一条基本定理，它给出了静电场中通过任意闭合曲面的电通量与闭合曲面内部所包围的电荷之间的量值关系。

库仑定律
电场强度叠加原理
⇒ 高斯定理

6.2 电场强度通量 高斯定理

◈ 点电荷位于**球面中心**

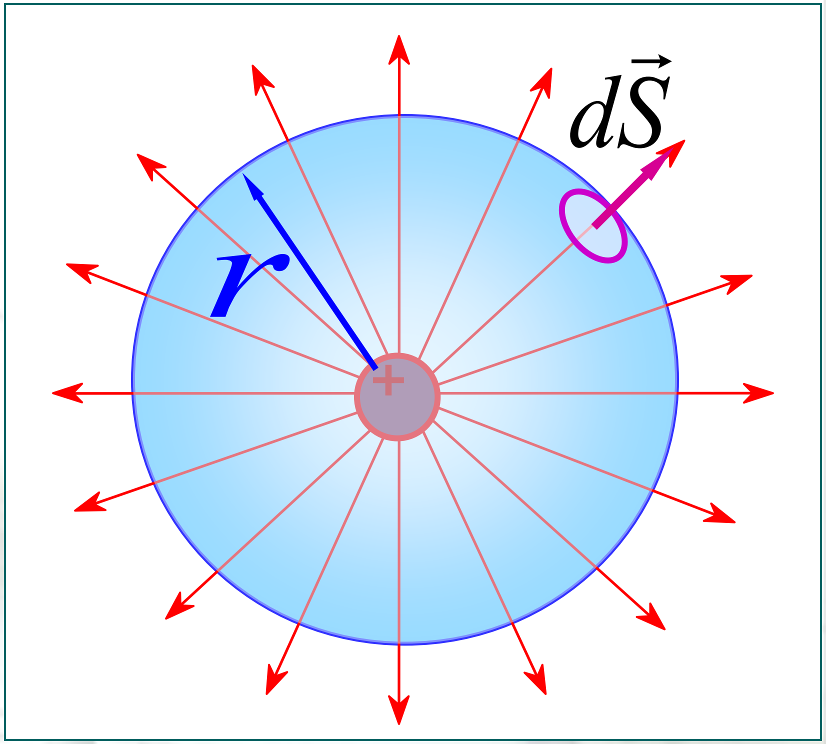
$$d\Phi_e = E\cos\theta dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dS$$

$$\Phi_e = \oint_S d\Phi_e = \oint_S \frac{qdS}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\oint_S dS$$

$$= \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Φ_e	与r无关



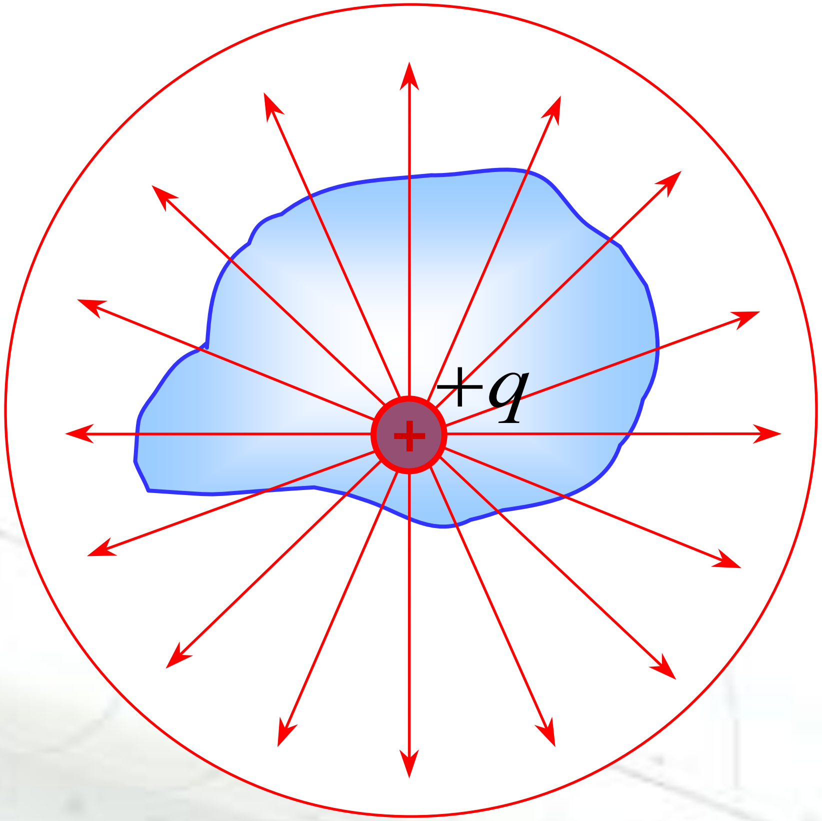
这表明以点电荷q为中心的任何一个球面上的电通量都是相等的

6.2 电场强度通量 高斯定理

◆ 点电荷在任意闭合曲面内

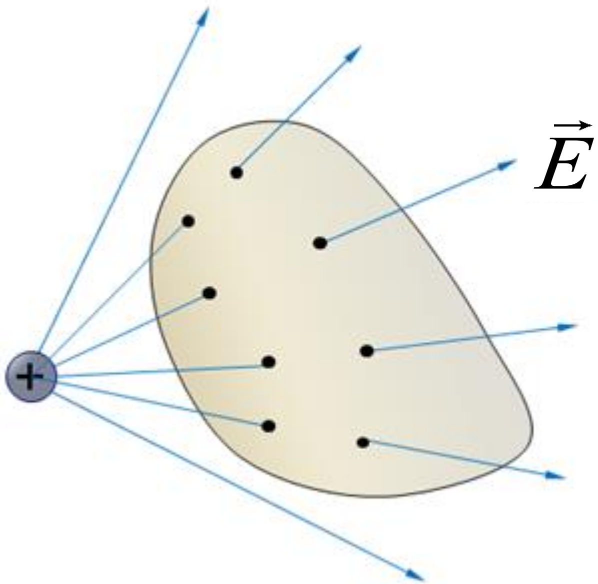
可以在任意闭合曲面外面加一个以点电荷$+q$为中心的球面S，由于电场线的连续性，穿过S与任意闭合曲面的电场线条数完全一样，$+q$发出的$+q/\varepsilon_0$条电力线不会中断，仍全部穿出封闭曲面S，即：

$$\Phi_e = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



◆ 点电荷在闭合曲面之外

进入闭合曲面的电场线数与穿出闭合曲面的电场线数相等，故穿过闭合曲面的电场强度通量为零。

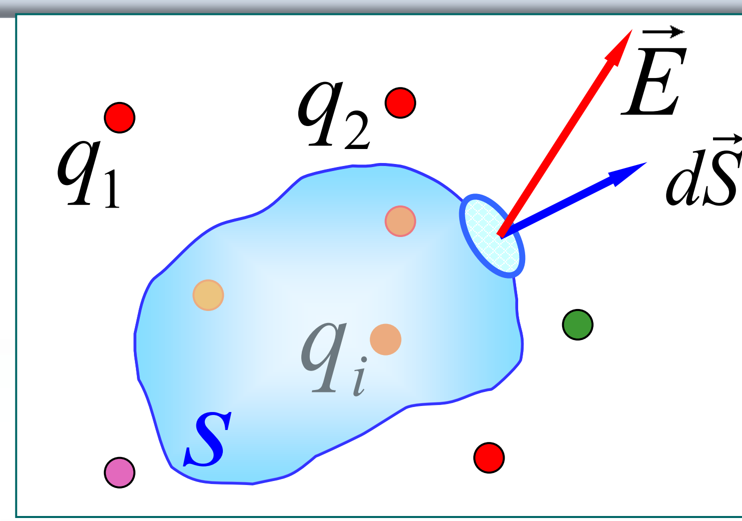


基于上述分析可以得到：在一个点电荷电场中，任意一个闭合曲面S的电通量要么为q/ε_0，要么为零

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \begin{cases} \dfrac{q}{\varepsilon_0} \\ 0 \end{cases}$$

6.2 电场强度通量 高斯定理

- 由多个点电荷产生的电场



$$\vec{E}=\sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i$$

$$\Phi_e=\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\oint\!\!\!\oint_s \vec{E}_1\cdot d\vec{S}+\oint\!\!\!\oint_s \vec{E}_2\cdot d\vec{S}+\cdots+\oint\!\!\!\oint_s \vec{E}_n\cdot d\vec{S}$$

$$=\Phi_{e1}+\Phi_{e2}+\cdots+\Phi_{en}=\frac{q_1}{\varepsilon_0}+\frac{q_2}{\varepsilon_0}+\cdots+\frac{q_n}{\varepsilon_0}$$

$$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\iiint_V \rho dV}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_e=\oint\!\!\!\oint_s \vec{E}\cdot d\vec{S}=\sum_{i=1}^{n}\oint\!\!\!\oint_s \vec{E}_i\cdot d\vec{S}=\frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0}$$

6.2 电场强度通量 高斯定理

通过真空中的静电场中任一闭合面的电通量Φ_e等于包围在该闭合面内的电荷代数和$\sum q_i$的ε_0分之一，而与闭合面外的电荷无关。这就是静电场的高斯定理。

$$\Phi_e = \oint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}} \oint_s \vec{E}_i \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum\limits_i q_i^{in}}{\varepsilon_0}$$

思考：1）高斯面上的$\vec{E}$与那些电荷有关 ？

2）哪些电荷对闭合曲面S的Φ_e有贡献 ？

6.2 电场强度通量 高斯定理

总 结

1. 高斯定理表达式左边的场强是曲面上各点的场强，是由全部电荷（既包括闭合曲面内又包括闭合曲面外）共同产生的合电场，并非只由闭合曲面内的电荷产生

2. 通过闭合曲面的总电通量由它所包围的电荷决定，闭合曲面外的电荷对总电通量没有贡献。

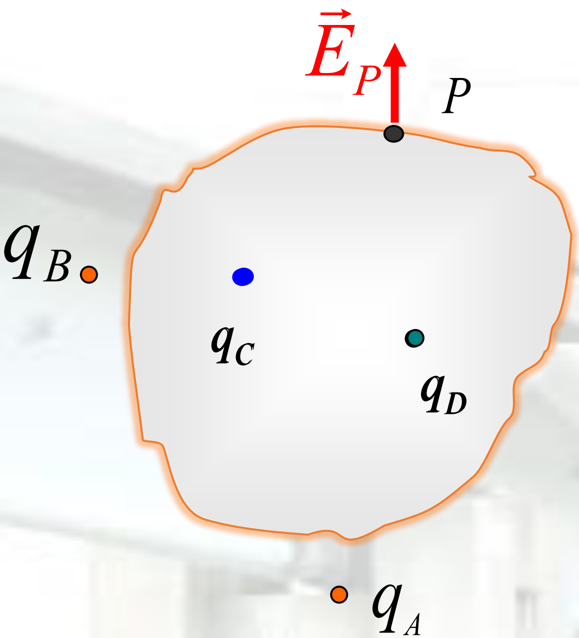
3. 高斯定理反映了静电场最基本性质之一：静电场是有源场。电场线起始于正电荷，终止于负电荷。穿出高斯面的电通量为正

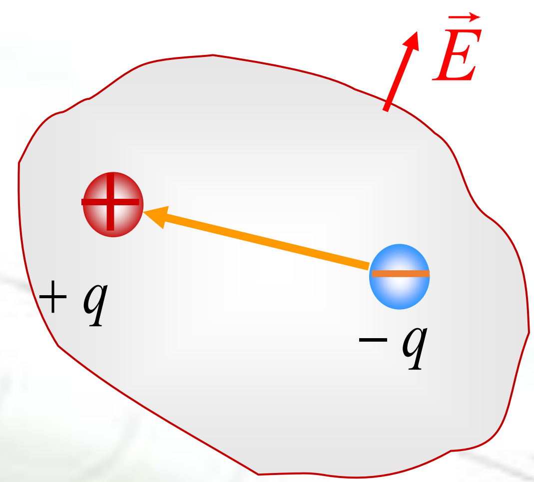
4. 高斯定理和库仑定律都是静电场的基本规律。对静电场来说，两者并不互相独立，而是用不同形式表示的电场与场源电荷关系的同一客观规律

6.2 电场强度通量 高斯定理

正确理解高斯定理

1. 高斯面上各点的场强$\vec{E}$，例如P点的$\vec{E}_P$是所有在场的电荷共同产生。





2. 高斯面内的电量为零，只能说明通过高斯面的Φ_E为零，但不能说明高斯面上各点的$\vec{E}$一定为零

6.2.4 利用高斯定理求静电场的分布

利用高斯定理求静电场分布的步骤：

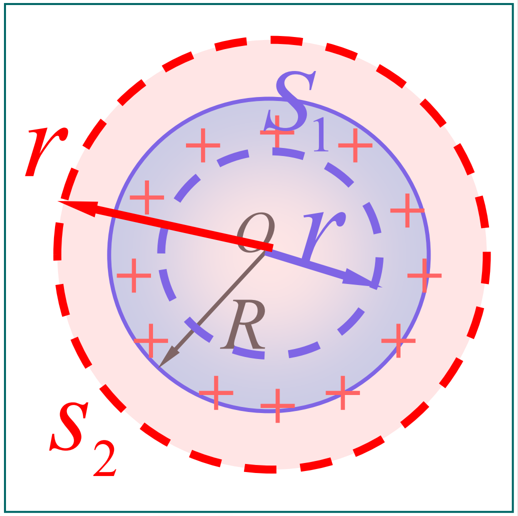
（1）根据电荷分布的对称性，分析电场的对称性，判断能否使用高斯定理求解电场分布；

（2）根据电场分布的对称性，在待求区域内选取适当的高斯面。

（3）计算通过高斯面的电通量和高斯面内自由电荷的代数和，然后利用高斯定理求出电场强度分布；

（4）说明电场的方向，进行有关讨论。

例6-6 求均匀带电球面的电场分布。已知球面半径为R，所带总电量为Q（设Q>0）



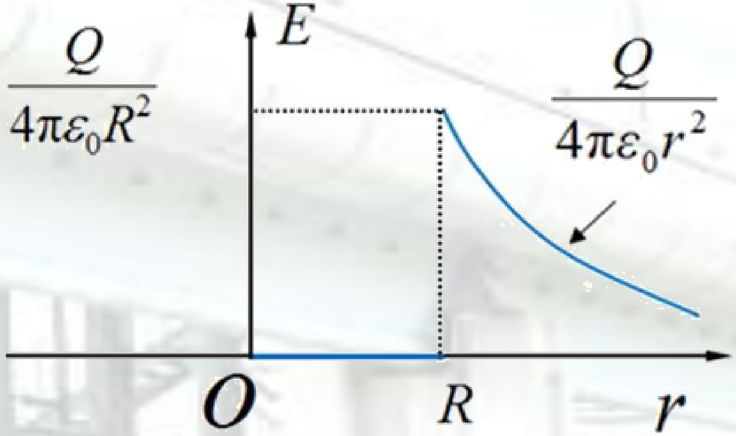
解：电通量 $\Phi_E = \oint\!\!\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint\!\!\oint_S EdS = E4\pi r^2$

P点在球面外$r > R, \sum_i q_i = Q$

高斯定理给出 $4\pi r^2 E = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \dfrac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

对球面内部任一点P，$\sum_i q_i = 0$

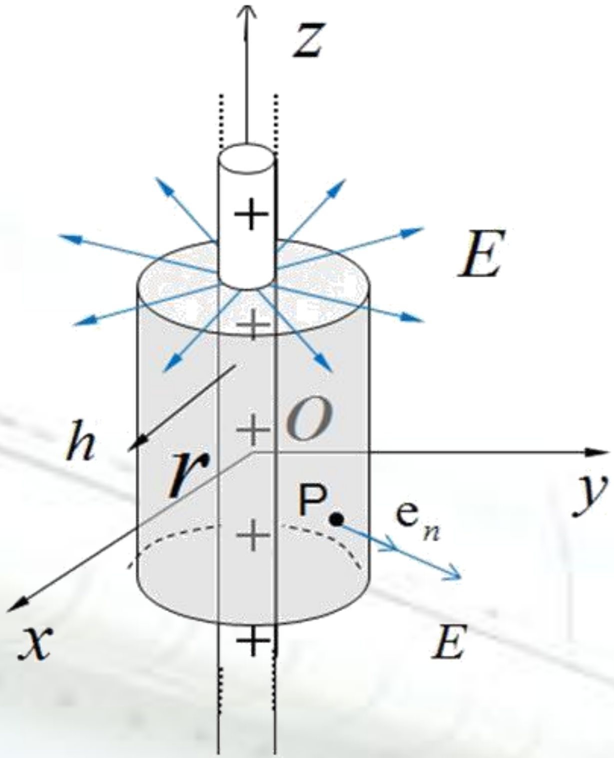
由高斯定理得E=0 (r<R)



例6.7 求无限长均匀带电直线的电场分布。已知直线上电荷线密度为λ。

解：根据高斯定理有：

$$E\cdot 2\pi rh=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$$



例6.8 求无限大均匀带电平面的电场分布，设其电荷面密度为σ。

解：根据高斯定理有：

$$2ES=\frac{\sigma S}{\varepsilon_0}\Rightarrow E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$